718. D’Amore B. (2010). Un ruolo culturale centrale. In: D’Amore B. (ed.) (2010). *Matematica: didattica e avventura*. Numero speciale monografico di *Vita Scolastica*. Anno 64, numero 18, pagg. 31-34. Firenze: Giunti. ISSN: 0042-7349.

Il ruolo culturale della matematica

Bruno D’Amore
NRD Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

Chi pensa che la matematica si identifichi con calcoli, conti, misure…, semplicemente basandosi sull’esperienza scolastica giovanile, potrebbe restare sorpreso da quel che leggerà in seguito.
Tra i letterati ed i poeti, qualcuno mostra poca simpatia per la matematica, come Gustave Flaubert (1821 - 1880) il quale, nel *Dizionario dei luoghi comuni*, seccamente asserisce: «Matematiche. Inaridiscono il cuore».
Così, Giacomo Leopardi (1798 - 1837), nello *Zibaldone*, composto dal 1817 al 1832, asserisce: «Perciò la matematica, la quale misura quando il piacer nostro non vuol misura, definisce e circoscrive quando il piacer nostro non vuol confini (…), analizza quando il piacer nostro non vuole analisi né cognizione esatta della cosa piacevole (…), la matematica, dico, dev’essere necessariamente l’opposto del piacere».
Da dove, personaggi di così straordinaria grandezza ricavino simili convinzioni, resta per me un mistero; vorrei almeno che avesse albergato in loro un dubbio; mai, io, matematico, direi che la poesia intristisce il cuore, solo per aver letto *E come potevamo noi cantare*, o *Sei nella terra fredda sei nella terra negra*, o *Né più mai rivedrò le sacre sponde*; quanto meno avrei il dubbio che la poesia nasconda dell’altro e non solo strazianti grida di dolore… Se Gustave e Giacomo hanno sofferto l’apprendimento della matematica senza giungere a possederne il senso creativo, bello, significativo, almeno che abbiano il dubbio dell’ignorante critico: una sola cosa so (di matematica), di nulla sapere, prima di criticare quel che non si conosce.
Fortunatamente non così è per tutte le persone provenienti da culture diverse da quelle matematiche. A parte le facili citazioni di letterati e poeti che lodano la matematica e danno in essa dimostrazione di competenza, mi piace ricordare la parole del grande poeta Isidore Lucien Ducasse (1846 - 1870) Conte di Lautréamont, pseudonimo con il quale scriveva i suoi versi, nei suoi *Canti di Maldoror*: «Aritmetica! Algebra! Geometria! Grandiosa trinità! Luminoso triangolo! Colui che non vi ha conosciute è un insensato! Meriterebbe la prova dei massimi supplizi; (…) ma colui che vi conosce e vi apprezza non vuole più nulla dei beni della terra; si accontenta dei vostri magici piaceri (…)».
Vi sono poi i giudizi estetici sui prodotti del genio umano; mentre è così naturale usarli nel campo della musica, della pittura, della danza, del teatro, del cinema,… cosa sulla quale peraltro sarebbe necessario procedere con cautele assolutamente maggiori, diventa problematico per molti quando l’oggetto di discorso è la matematica.
Eppure, per un matematico, il giudizio di tipo estetico è del tutto naturale; se due colleghi di dipartimento si incontrano nel bar a piano terra o in ascensore o in biblioteca, non è infrequente sentire l’uno dire all’altro, mostrando un foglio pieno di formule manoscritte leggibili e decifrabili solo da pochi intimi: «Guarda che *bel* teorema ho dimostrato», oppure: «Guarda che dimostrazione *elegante*». “Bello”, “elegante”, non “utile” o “difficile” o altro. L’eleganza è parte integrante, fondamentale, della matematica.

C’è chi ha proposto premi di eleganza agli enunciati matematici più belli prodotti nei secoli; uno di questi è senza dubbio il teorema di Pitagora, più o meno noto al grande pubblico come segue:
In un triangolo rettangolo, l’area del quadrato costruito sulla ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei due quadrati costruiti sui cateti.
Semplice, corretto, denso, armonioso, laconico,… eppure contenente tutte le informazioni necessarie.
Così scrive la poetessa premio Nobel Wisława Szymborska nel 2006: «Non ho difficoltà a immaginare un’antologia dei più bei frammenti della poesia mondiale in cui trovasse posto anche il teorema di Pitagora. Li c’è (…) una grazia che non a tutti i poeti è stata concessa».
L’armonia di certe affermazioni matematiche, racchiude a volte secoli di storia e di dibattiti, ha un potenziale di sottile e raffinata eleganza che ti dà una ebbrezza simile alla prima volta che vedi *Guernica*, immensa, vera, stupendamente potente, di fronte a te, al “Reina Sofia” di Madrid; ti senti gelare il sangue nelle vene, senti che lì, di fronte a te, c’è tutta la genialità dell’Autore. Chi ha creato *Guernica* è genio universale, ha saputo cogliere l’assurdità e l’ingiusta violenza gratuita della guerra, dando quindi all’essere umano un’occasione unica di riflessione e di conforto; così, chi ha creato certe frasi matematiche ha còlto l’essenza della mistica bellezza fredda ed austera della matematica.
Il mio sogno è che ora, spinto da questi due esempi, il Lettore sia indotto a rivangare nella sua mente… Impossibile che sia sempre rimasto esteticamente insensibile a tutto quel che di matematica ha visto nel corso dei suoi studi.
Per esempio, in matematica ci sono successioni bellissime ed operazioni straordinariamente attraenti.
Andiamo con ordine, con vari esempi.

Successioni bellissime
Nei primi anni del XIII secolo, Leonardo figlio di Bonaccio il Pisano, detto Bighello (1180 circa – 1250 circa), scrive un capolavoro dell’aritmetica medioevale, *Liber Abaci*, e ne fa realizzare varie copie a mano da distribuire tra i colti ed i potenti dell’epoca.
A parte le operazioni ivi contenute, l’uso delle cifre indiano-arabe, la presenza di zero, non proprio ancora come cifra, però almeno come segno, l’uso di un sistema posizionale a base dieci per contrastare la numerazione romana oramai in fase rapida di declino, lega il suo nome ad una successione, la “successione di Fibonacci”.
Un allevatore di conigli ha una coppia di conigli, maschio e femmina; il mese dopo sono ancora troppo piccoli per accoppiarsi e procreare, dunque al secondo mese quell’allevatore ha ancora una sola coppia di conigli; ma nel mese successivo, il terzo, i due procreano una coppia di conigli, ancora maschio e femmina, e dunque al terzo mese egli possiede due coppie di conigli; nel mese successivo, la vecchia coppia produce ancora una coppia di conigli maschio e femmina e così via, mese dopo mese, mentre la nuova coppia è troppo giovane per procreare, lo farà solo dopo due mesi, ma poi sempre, di mese in mese, e sempre maschio e femmina.
Ebbene: dopo un anno, quante coppie di conigli vi saranno nell’allevamento?
Sì, sì, lo sento già il Lettore protestare: Ma chi lo dice che nascono sempre maschio e femmina, ma i conigli muoiono, ma… Lo invito ad entrare nel magico mondo della matematica, un mondo nel quale si fanno *ipotesi* e su quelle si lavora, lasciando poi il compito di verificare la realtà di quel che si è ottenuto ad altri. La domanda non è una domanda *reale*, è una domanda *matematica*: in queste ipotesi, quante coppie vi saranno dopo un anno?
E così si scopre che, per esempio, a gennaio c’è una sola coppia, così come a febbraio; mentre a marzo le coppie sono già 2; ad aprile oltre a queste 2, ce ne sarà una terza, quella generata dalla prima coppia; se si continua a ragionare così, si trova la famosa successione: 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144…
Quel che si è scoperto solo assai dopo, è che l’ipotesi di Fibonacci, che si applica solo teoricamente alle coppie di conigli, vale però per tutte o quasi le manifestazioni della natura, nella crescita dei semi di girasole, delle foglie di un ramo d’albero, dei piccoli germogli di un cavolfiore e così via;

tanto che questa successione, così bella ed elegante, ha ispirato artisti famosi ed una successione di Fibonacci appare oggi nel Beaubourg di Parigi, una opera di Mario Merz (1925 - 2003), lo stesso che ha realizzato altre opere basate su questa successione sulla Mole Antonelliana di Torino, o lungo le scale del Guggenheim Museum di New York.
Non credo, però qualche Lettore potrebbe non approvare il mio riferimento a tale successione con gli aggettivi “bella” ed “elegante”; forse solo perché non ne ha colto l’intima struttura, cioè la regola costitutiva… O forse tutti i Lettori l’hanno còlta al volo… Ebbene, prima di rivelarlo… Anche questo fatto è una delle magìe estetiche della matematica, quando si scopre che dietro una definizione, accanto ad una dichiarazione, vicino ad una esibizione, si nasconde una regola semplice e completa. In questo caso è la seguente: a parte i primi due valori iniziali (1 ed 1), tutti gli altri sono ottenuti come somma dei due precedenti. Una formulazione semplice, elegante e veritiera. Tale regola non vale solo per i primi 20 passi, vale *per sempre*, e questa pure è una caratteristica della matematica, la sua universalità.

Operazioni straordinariamente attraenti
Certo, certo, a scuola uno studia l’addizione, la sottrazione, la moltiplicazione, la divisione, l’elevamento a potenza, la estrazione di radice quadrata… Ma se uno riflette bene, di operazioni se ne possono inventare quante se ne vogliono. Anche senza scomodare classi numeriche complicate e solo limitandoci ai numeri naturali, di operazioni ce ne sono infinite.
Mi sto limitando alle operazioni binarie usuali, per non complicare la vita a nessuno.
Chiunque di noi può ideare, creare, una infinità di operazioni diverse, anche lontane da quelle usuali che si studiano a scuola.

Per esempio:

a op *b* = *ab* (i numerali *a* e *b* vengono semplicemente scritti l’uno di seguito all’altro);
esempio numerico: 3 op 17 = 317;
invece di “op” si potrebbe inventare un simbolo qualsiasi, per esempio: ₪; si avrebbe allora la scrittura: 3₪17=317;

₪ è una operazione che trasforma due numeri naturali in un altro numero naturale scritto con tutte le cifre nell’ordine in cui appaiono; ancora un esempio, per capire meglio: 12₪7034=127034.
La possiamo chiamare come ci pare, per esempio: operazione *appiccicanumeri*.
Il Lettore raffinato e curioso può verificare quali delle usuali proprietà aritmetiche valgono o non valgono per questa interessante operazione appiccicanumeri; vediamo solo due esempi:
la proprietà commutativa *non vale*: infatti, per esempio: 35₪7=357, mentre 7₪35=735; e 357≠753;
la proprietà associativa vale; infatti, per esempio:
34₪(2₪19)=34₪(219)=34219; così: (34₪2)₪19=342₪19=34219.

Ora possiamo sbizzarrirci ed inventare tutte le operazioni che vogliamo:

a ult *b* = *b*;
esempio: 31 op 167 = 167;

a sec *b* = *aaaaa*… (*a* ripetuto, scritto *b* volte);
esempio: 3 sec 7 = 3333333;

a iperelevato alla b (che si scrive ${}^{b}a$) cioè *a* elevato a sé stesso scrivendo *a* per *b* volte;

esempio: ${}^{7}3$ vale 3 alla 3 alla 3… dove 3 appare scritto 7 volte: $3^{3^{3^{3^{3^{3^{3}}}}}}$; se uno pensa che 3^3 fa 27, immagini che razza di valore rappresenta ${}^{7}3$, un numero immenso.

E così via; ciascuno di noi può creare la operazione che vuole, studiarne le proprietà, con fantasia e immaginazione, darle il proprio nome, inventarsi un simbolo… Chi l'ha detto che le operazioni sono solo quelle della scuola?

Per approfondire

D'Amore B. (2009). *Matematica, stupore e poesia*. Firenze: Giunti.